

Perturbations thermiques du système balancier - spiral**Balancier - spiral non compensé****Coefficients thermiques - balancier laiton - spiral acier**

➡ Référence :D:\Résonateur (TE)\Data\Coef_thermiques.mcd(R)

$$\begin{aligned}
 \alpha_b &:= \alpha_{lt_0} & \alpha_b &= 1.85 \times 10^{-5} & \beta_b &:= \alpha_{lt_1} & \beta_b &= 3 \times 10^{-10} & \alpha_{\text{laiton}} &= 1.85 \times 10^{-5} \\
 \alpha_s &:= \alpha_{ac_0} & \alpha_s &= 1.04 \times 10^{-5} & \beta_s &:= \alpha_{ac_1} & \beta_s &= 5.2 \times 10^{-9} & \alpha_{\text{acier}} &= 1.15 \times 10^{-5} \\
 \gamma_0 &:= \gamma_{ac_0} & \gamma_0 &= -2.63 \times 10^{-4} & \gamma_1 &:= \gamma_{ac_1} & \gamma_1 &= -2 \times 10^{-7} & \gamma_{\text{acier}} &= -2.4 \times 10^{-4} \\
 E_0 &:= E_{\text{acier}} & E_0 &= 2.1 \times 10^{11} \text{ Pa}
 \end{aligned}$$

Balancier annulaire monométallique d'une montre bracelet

➡ Référence :D:\Résonateur (TE)\Data\Montre HES.mcd(R)

$$T_0 = 0.25 \text{ s} \quad f = 4 \text{ s}^{-1} \quad \omega_0 := 2 \cdot \pi \cdot f \quad J_b = 10 \text{ mg} \cdot \text{cm}^2 \quad \beta_s := \alpha_{ac_1} \quad \Theta_{\text{ambiante}} := 20$$

Perturbation de période due à la seule dilatation du balancier

$$\begin{aligned}
 \Theta &:= 30 & J_0 &:= J_b & C_{sp} &:= \omega_0^2 \cdot J_b \\
 J_b(\Theta) &:= J_0 \cdot \left(1 + \alpha_b \cdot \Theta + \beta_b \cdot \Theta^2\right)^2 & T_b(\Theta) &:= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J_b(\Theta)}{C_{sp}}} & \frac{T_b(\Theta) - T_0}{T_0} &= 5.553 \times 10^{-4} \\
 \alpha_b \cdot \Theta &= 5.55 \times 10^{-4} & \beta_b \cdot \Theta^2 &= 2.7 \times 10^{-7} & \delta_b(\Theta) &:= \alpha_b \cdot \Theta + \beta_b \cdot \Theta^2 & \delta_b(\Theta) &= 5.553 \times 10^{-4} \\
 \mu_b(\Theta) &:= -86400 \cdot \delta_b(\Theta) & \mu_b(\Theta) &= -47.975
 \end{aligned}$$

Approximation linéaire

$$\delta_{lb}(\Theta) := \alpha_{\text{laiton}} \cdot \Theta \quad \delta_{lb}(\Theta) = 5.55 \times 10^{-4} \quad \mu_{lb}(\Theta) := -86400 \cdot \delta_{lb}(\Theta) \quad \mu_{lb}(\Theta) = -47.952$$

Perturbation de période due à la seule dilatation du spiral

$$\begin{aligned}
 L_0 &:= L_{sp} & L_0 &= 11.182 \text{ cm} & C_0 &:= C_{sp} & I_0 &:= \frac{C_0 \cdot L_0}{E_0} & I_0 &= 3.363 \times 10^{-7} \text{ mm}^4 \\
 C_s(\Theta) &:= C_0 \cdot \left(1 + \alpha_s \cdot \Theta + \beta_s \cdot \Theta^2\right)^3 & T_s(\Theta) &:= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J_0}{C_s(\Theta)}} & \frac{T_s(\Theta) - T_0}{T_0} &= -4.748 \times 10^{-4} \\
 \alpha_s \cdot \Theta &= 3.12 \times 10^{-4} & \beta_s \cdot \Theta^2 &= 4.68 \times 10^{-6} & \delta_s(\Theta) &:= \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \alpha_s \cdot \Theta + \beta_s \cdot \Theta^2\right)^3}} - 1 & \delta_s(\Theta) &= -4.748 \times 10^{-4} \\
 \mu_s(\Theta) &:= -86400 \cdot \delta_s(\Theta) & \mu_s(\Theta) &= 41.025
 \end{aligned}$$

Approximations

$$\begin{aligned}
 \delta_{as}(\Theta) &:= -\frac{3}{2} \cdot \left(\alpha_s \cdot \Theta + \beta_s \cdot \Theta^2\right) & \delta_{as}(\Theta) &= -4.75 \times 10^{-4} & \mu_{as}(\Theta) &:= -86400 \cdot \delta_{as}(\Theta) & \mu_{as}(\Theta) &= 41.042 \\
 \delta_{is}(\Theta) &:= -\frac{3}{2} \cdot \alpha_{\text{acier}} \cdot \Theta & \delta_{is}(\Theta) &= -5.175 \times 10^{-4} & \mu_{is}(\Theta) &:= -86400 \cdot \delta_{is}(\Theta) & \mu_{is}(\Theta) &= 44.712
 \end{aligned}$$

Perturbation de période due au seul coefficient thermo-élastique du spiral

$$C_s(\vartheta) := C_0 \cdot (1 + \gamma_0 \cdot \vartheta + \gamma_1 \cdot \vartheta^2) \quad T_E(\vartheta) := 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J_0}{C_s(\vartheta)}} \quad \frac{T_E(\vartheta) - T_0}{T_0} = 4.06 \times 10^{-3}$$

$$\gamma_0 \cdot \vartheta = -7.89 \times 10^{-5} \quad \gamma_1 \cdot \vartheta^2 = -1.8 \times 10^{-4} \quad \delta_E(\vartheta) := \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma_0 \cdot \vartheta + \gamma_1 \cdot \vartheta^2}} - 1 \quad \delta_E(\vartheta) = 4.06 \times 10^{-3}$$

$$\mu_E(\vartheta) := -86400 \cdot \delta_E(\vartheta) \quad \mu_E(\vartheta) = -350.748$$

Approximations

$$\delta_{aE}(\vartheta) := -\frac{1}{2} \cdot (\gamma_0 \cdot \vartheta + \gamma_1 \cdot \vartheta^2) \quad \delta_{aE}(\vartheta) = 4.035 \times 10^{-3} \quad \mu_{aE}(\vartheta) := -86400 \cdot \delta_{aE}(\vartheta) \quad \mu_{aE}(\vartheta) = -348.624$$

$$\delta_{lE}(\vartheta) := -\frac{1}{2} \cdot \gamma_{acier} \cdot \vartheta \quad \delta_{lE}(\vartheta) = 3.6 \times 10^{-3} \quad \mu_{lE}(\vartheta) := -86400 \cdot \delta_{lE}(\vartheta) \quad \mu_{lE}(\vartheta) = -311.04$$

Graphes comparatifs

$$\vartheta := -20, -19.9 \dots 30 \quad \mu_{tot}(\vartheta) := \mu_b(\vartheta) + \mu_s(\vartheta) + \mu_E(\vartheta)$$

